

AJUSTE DE CURVAS DEL CRECIMIENTO DE PLANTAS DE PAPA (SOLANUM TUBEROSUM L.) POR MEDIO DE DIFERENTES FUNCIONES MATEMATICAS

W. TORRES

RESUMEN

Con el objetivo de ajustar las curvas del crecimiento de plantas de papa por medio del análisis de regresión y correlación, se probaron seis funciones matemáticas para describir el comportamiento de la masa seca y del área foliar. En la mayoría de los casos los coeficientes de determinación obtenidos fueron superiores a 0,80 para un ajuste satisfactorio, desde el punto de vista matemático, aun con funciones que no describen bien el proceso, por lo que se hace necesario probar diferentes funciones y se debe además tener en cuenta el comportamiento fisiológico de las variables que se analicen en el periodo de desarrollo que se evalúe.

INTRODUCCION

La descripción del crecimiento de las plantas o sus órganos reviste una gran importancia, cuando se trata de conocer la influencia de diferentes factores o se quiere correlacionar el mismo con el rendimiento del cultivo. Resulta imposible medir el crecimiento en una misma planta, cuando este se sigue a través de variables que implican la destrucción del vegetal, lo que conlleva a realizar muestreos sucesivos de plantas diferentes, representativas de una población y obtener líneas quebradas (representadas en el gráfico de los resultados en relación con el tiempo) de forma general, producto fundamentalmente de la variabilidad existente entre plantas.

En el análisis del crecimiento, últimamente se le ha prestado mucha atención al empleo de funciones matemáticas, para ajustar la dinámica del crecimiento y derivar a partir de estas funciones matemáticas las variables del mismo (Hughes y Freeman, 1967, Buttery, 1969).

Ligret (1974) y Erickson (1976) brindan una información valiosa en relación con las diferentes funciones matemáticas que pueden emplearse para describir la dinámica del crecimiento. Aun cuando con estas técnicas la exactitud en el ajuste matemático resulta la aspiración fundamental (Richards, 1969), también se debe tener en cuenta el comportamiento biológico de la variable que se analiza.

Por estas razones se condujo el presente experimento, con el fin de analizar la metodología del ajuste de curvas del crecimiento en plantas de papa, por medio de diferentes funciones matemáticas y el análisis de regresión y correlación.

MATERIALES Y METODOS

Los tubérculos de papa de la variedad Desirée, clase A, del calibre de 35-45 mm y de primera generación en el país, fueron plantados en noviembre y diciembre de 1979 en un suelo Ferralítico Rojo compactado (Instituto de Suelos, 1975).

Se realizaron muestreos periódicos (9 y 7 en las plantaciones de noviembre y diciembre respectivamente) a partir de aproximadamente 25 días después de la plantación, durante todo el desarrollo del cultivo. En cada muestreo se tomaron 32 plantas al azar; se separaron las hojas, tallos y tubérculos y se les determinó su masa seca, después de secarlos en estufa a 80 °C durante 72 horas como mínimo. La masa seca total de la planta se obtuvo de la suma de las masas de los órganos individuales, mientras que el área foliar de las plantas en cada muestreo se logró al estimar el área de cada hoja por medio de la ecuación $AF = 8,99 + 0,50 (L.A)$, que relaciona esta variable con el producto del largo por el ancho de las hojas (Torres, 1980).

La dinámica del crecimiento se ajustó a seis funciones matemáticas: línea recta ($y = b_0 + b_1 X$); exponencial simple ($y = b_0 e^{b_1 X}$); potencia de tiempo ($y = b_0 X^{b_1}$); polinomio de segundo grado ($y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$); exponencial polinómica de segundo grado ($y = e^{(b_0 + b_1 X + b_2 X^2)}$) y gamma ($y = b_0 e^{b_1 X} X^{b_2}$), por medio del análisis de regresión y correlación (Snedecor y Cochran, 1971), a excepción del área foliar en que solamente se emplearon las tres últimas funciones. Se tomó como variable independiente el tiempo a partir de los 25 días después de la plantación y como dependiente a las anteriormente mencionadas.

RESULTADOS Y DISCUSION

El comportamiento de la masa seca de los órganos y de la planta completa durante el desarrollo del cultivo se presentan en la Figura 1. Se destaca, en todos los casos, la obtención de líneas quebradas producto fundamentalmente de la variabilidad existente entre plantas.

Con la variable masa seca (Figuras 1 A, B, C y D) se presenta de forma general un aumento de la misma, a medida que el cultivo se desarrolla para alcanzar un máximo y disminuir posteriormente. El área foliar por planta (Figura 1 E) muestra un comportamiento similar, con la diferencia que en este las disminuciones son más notables. Curvas similares han sido obtenidas por Gunasena y Harris (1969), Soltanpour (1969), Allen (1977) y Hay y Allen (1978).

La mayoría de las curvas semejan en gran medida las sigmoides del crecimiento o parte de las mismas, con la particularidad de que la magnitud de la variable no permanece constante en el máximo, sino que tiende a disminuir.

En concordancia con esto, tres de las funciones empleadas (polinomio de segundo grado, exponencial polinómica de segundo grado y gamma) presentan esta característica; las restantes, aun cuando no tienen este comportamiento, se emplearon (excepto para la variable área foliar, en la que la forma de estas funciones se alejaba demasiado del comportamiento de los datos reales) con el fin de tener situaciones relativamente alejadas del comportamiento real.

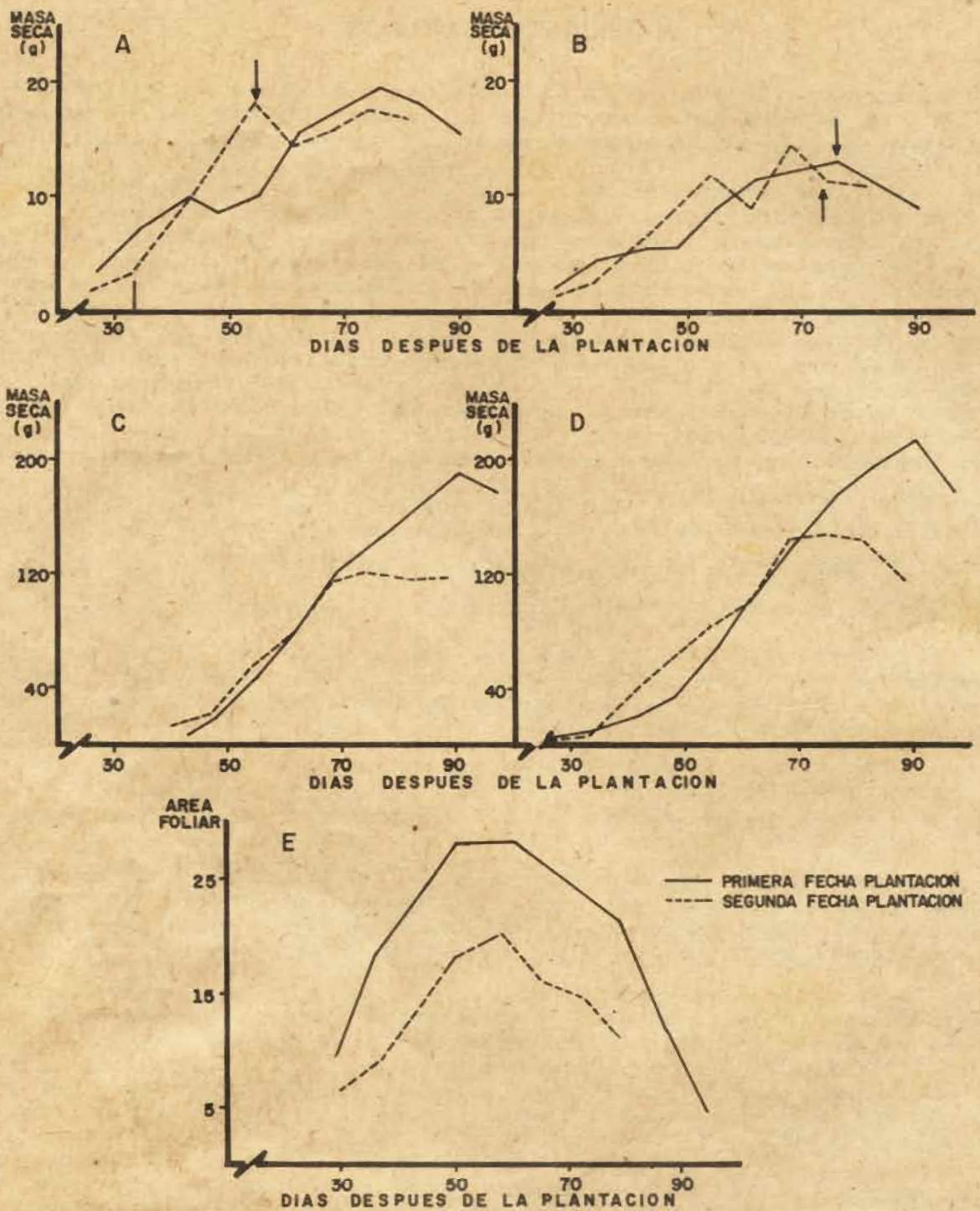


Fig. 1.- COMPORTAMIENTO DE LA MASA SECA DE A) HOJAS, B) TALLOS, C) TUBERCULOS, D) TOTAL Y E) AREA FOLIAR POR PLANTA, EN FUNCION DE LA EDAD DEL CULTIVO (Variedad DESIREE, dos fechas de plantación, años 79-80)

Los coeficientes de determinación obtenidos, producto del ajuste a las distintas funciones matemáticas, aparecen en la Tabla I. Se destacó que 47 de ellos resultaron superiores a 0,80, mientras que 30 resultaron superiores a 0,90, lo que indica que un alto por ciento de la variación de la variable dependiente (masa seca o área foliar) fue explicado por la variación de la variable independiente (edad del cultivo) y se logró un ajuste satisfactorio desde el punto de vista matemático.

De hecho, si se hubiera trabajado con una sola función en el ajuste de los datos primarios, el mismo se hubiera encontrado adecuado, ya que desde el punto de vista estadístico cualquiera de ellas, de forma general, hubiera cumplido con el objetivo propuesto, aun con las funciones que se alejan de los datos primarios como la exponencial simple y la potencia de tiempo. Sin embargo, puede señalarse que para una misma variable se presentan diferencias en el ajuste con las distintas funciones, siendo este mejor con una que con otras, como lo demuestran los coeficientes de determinación (Tabla I).

Tabla I. Coeficientes de determinación obtenidos en el ajuste de las diferentes variables a las distintas funciones matemáticas.

Fechas	Variables	Funciones matemáticas					
		I	II	III	IV	V	VI
Primera	Masa seca hojas	0,84	0,81	0,89	0,88	0,93	0,93
	Masa seca tallos	0,69	0,69	0,82	0,77	0,96	0,95
	Masa seca tuberculos	0,96	0,81	0,89	0,98	0,98	0,99
	Masa seca total	0,93	0,81	0,97	0,93	0,99	0,98
	Area foliar	-	-	-	0,99	0,96	0,91
Segunda	Masa seca hojas	0,78	0,75	0,86	0,92	0,96	0,97
	Masa seca tallos	0,72	0,74	0,85	0,88	0,96	0,97
	Masa seca tuberculos	0,88	0,81	0,89	0,95	0,98	0,98
	Masa seca total	0,85	0,81	0,91	0,90	0,99	0,98
	Area foliar	-	-	-	0,92	0,97	0,95

- I - Línea recta
- II - Exponencial simple
- III - Potencial de tiempo
- IV - Polinomio de segundo grado
- V - Exponencial polinómica segundo grado
- VI - Gamma

De forma general, los mayores ajustes se lograron con las funciones más complejas (polinomio de segundo grado, exponencial polinómica de segundo grado y gamma). Los polinomios de segundo y tercer grado han sido empleados por Milthorpe (1963), Moorby (1970) y Torres (1979); la exponencial polinómica de segundo grado ha sido empleada por Koller et al. (1970), Hackett y Rawson (1974) y Sivakumar y Shaw (1978); la gamma ha sido descrita por Quiroga (1977) y empleada por Sam (1983).

La línea recta ha sido empleada por diferentes autores (Gunasena y Harris, 1968; Moorby, 1970; Gunasena y Harris (1971), para describir la variación del peso seco de los tuberculos y obtener, en la mayoría de los casos, coeficientes de correlación tan altos como 0,99. Sin embargo, en este trabajo los coeficientes fueron de 0,98 y 0,94 para la primera y segunda fechas respectivamente, con desviaciones considerables de los valores reales a lo largo de todo el período de desarrollo de este órgano. Esto pudiera estar dado por el hecho de que en nuestras condiciones el período de crecimiento aproximadamente lineal es relativamente breve y es pobre la contribución que estos puntos pueden tener sobre la correlación.

Otro aspecto a destacar es el que en oportunidades se lograron coeficientes de determinación iguales para dos funciones, como en el caso de la masa seca de las hojas en la plantación de noviembre y en la masa seca de los tubérculos en la de diciembre, con la exponencial polinómica y la gamma, lo que obliga a realizar un análisis más profundo para decidir cual es la más adecuada; esta situación se evidenciará para el caso de la masa seca de las hojas.

En la Figura 2 se presentan los puntos prácticos y las curvas ajustadas con las dos funciones para la dinámica de la masa seca de las hojas. Se demostró que la exponencial polinómica de segundo grado era la más adecuada en la descripción de los últimos muestreos y se encontraron las estimaciones más cercanas a los puntos prácticos. Mas aun, el comportamiento de la Tasa Absoluta del Crecimiento (TAC) con la edad del cultivo, los momentos y magnitudes de las variables, derivadas a partir de las dos funciones (Figura 2) muestran las diferencias que se logran con ellas, que si bien no son considerables en los valores de la máxima TAC y del máximo de la variable, si lo son en relación con el momento de alcanzar los mismos, siendo este temprano en el desarrollo del cultivo para la función gamma, de 39 días para la máxima TAC y demasiado tardío para el máximo de la variable (96 días).

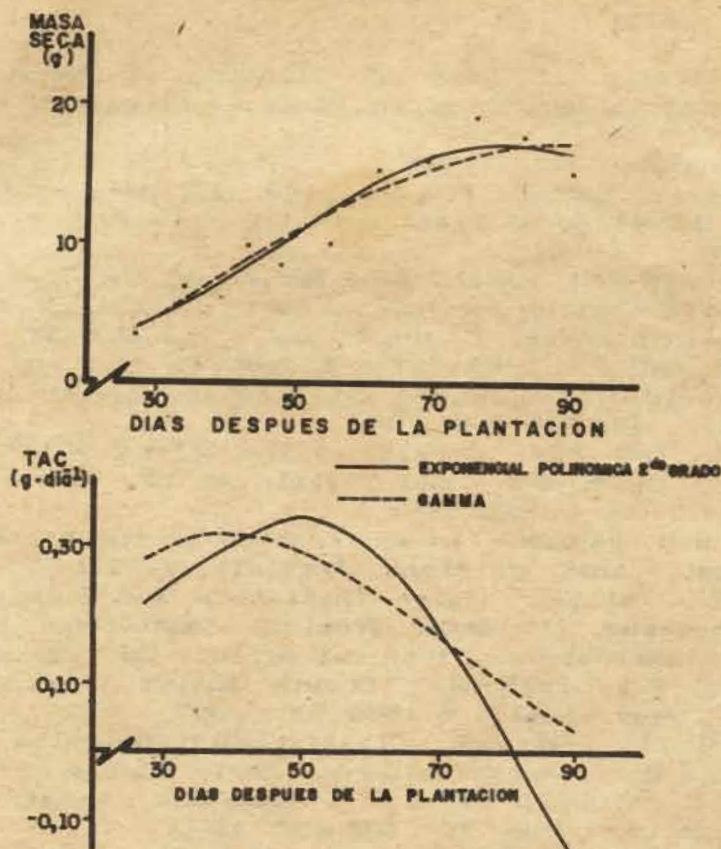
Existen evidencias de que en nuestras condiciones, el desarrollo del cultivo se ve acelerado en relación con lo que se logra en los países de clima templado, lo que estaría en concordancia con el momento tan temprano de obtenerse la máxima TAC (t_1). Sin embargo, es poco probable que el máximo crecimiento de las hojas (seguido este por medio de la masa seca) se presente a los 96 días después de la plantación, cuando las evidencias prácticas indican que las plantas deben haber completado su ciclo biológico. Además, en este tratamiento, en particular, no se realizaron evaluaciones más allá de los 90 días, por lo que los datos reales indican que el máximo de la variable debe encontrarse entre los 70 y 80 días después de la plantación.

La importancia del análisis biológico del comportamiento de las variables se puso también de manifiesto en el caso de la masa seca total. Aun cuando los coeficientes de determinación para ambos tratamientos alcanzaron valores de 0,99 con la función exponencial polinómica, al derivar la TAC para esta variable, a partir de la ecuación obtenida en la primera fecha de plantación, se observó que los valores de esta resultaban menores que los obtenidos para la TAC de los tubérculos, a partir de los 50 a 55 días después de la plantación (Tabla II), en momentos en que las magnitudes de esta variable del crecimiento para el resto de los órganos resultaban positivas.

La anterior situación indica que se pueden cometer errores al analizar el desarrollo de la planta como un todo, producto del ajuste a una función matemática dada (satisfactorio desde el punto de vista estadístico), no concordar con lo obtenido en el ajuste de los órganos individuales.

En la literatura revisada, en relación con el empleo de funciones matemáticas para la descripción del crecimiento, no se hace referencia a esta posibilidad; solo en el desarrollado por Koller et al. (1970) con plantas de soya, se observa que la masa seca y la TAC de la planta, se obtuvieron de la suma de las magnitudes de los órganos individuales, previamente ajustadas por medio de funciones matemáticas. Es por esto que es más recomendable obtener la masa seca total de la planta de esta forma, teniendo en cuenta, además, que es usual en el trabajo experimental el obtener en cada muestreo la masa seca de los órganos por separado, mas que sacar plantas completas.

Los resultados de este trabajo indican la factibilidad del ajuste de los datos primarios de la dinámica del crecimiento, por medio de funciones matemáticas mediante el análisis de regresión y correlación, por lo que es necesario en el mismo probar diferentes funciones y no solo descansar en la exactitud del ajuste matemático, ya que aun cuando este es el principal requerimiento, puede en ocasiones conducir a interpretaciones erróneas de los datos prácticos. Además, se debe tener en cuenta el comportamiento fisiológico esperado de las variables que se analicen y analizar el periodo de desarrollo que se evalúa.



FUNCION	PTO. DE INFLEXION	TAC MAXIMA	PTO. MAXIMO	MAXIMO VARIABLE
EXP. POLIN. 2do GRADO	50	0,34	81	17,30
GAMMA	39	0,32	96	17,32

Fig. 2.- COMPORTAMIENTO DE LA MASA SECA, LA TASA ABSOLUTA Y LOS PARAMETROS DEL CRECIMIENTO DE HOJAS DE PLANTAS DE PAPA, PRODUCTO DEL AJUSTE A DOS FUNCIONES MATEMATICAS (Variedad DESIREE, primera fecha plantación, años 79-80)

Tabla II. Tasas absolutas del crecimiento de los diferentes órganos y el total de la planta.

Días	Hojas *	Tallo *	Tubérculos *	Total *	Total **
30	0,2390	0,1615	-	0,7801	0,4205
35	0,2763	0,2239	-	1,2222	0,5002
40	0,3076	0,2600	-	1,8132	0,5676
45	0,3659	0,2835	1,8658	2,5427	2,5152
50	0,3363	0,2870	3,1649	3,3629	3,7862
55	0,3261	0,2656	4,5461	4,1803	5,1378
60	0,3184	0,2175	5,6404	4,8629	6,1763
65	0,2484	0,1455	6,1048	5,2531	6,4987
70	0,1826	0,0565	5,7533	5,2060	5,9924
75	0,1034	-0,03931	4,6151	4,6267	4,6792
80	0,0165	-0,1304	2,9075	3,5062	2,7936
85	-0,0717	-0,2061	0,9501	1,9384	0,6723
90	-0,1546	-0,2589	-0,9388	0,1180	-1,3473

* TAC (g día⁻¹) calculadas a partir del ajuste a las funciones matemáticas.

** TAC (g día⁻¹) calculada sumando la de cada órgano.

REFERENCIAS

- ALLEN, E.J. Effects of Date of Planting on Growth and Yield of Contrasting Potato Varieties in Pembrokeshire. *J. Agric. Sci.*, 89: 711-736, 1977.
- BUTTERY, B.P. Analysis of Growth of Soybeans as Affected by Population and Fertilizer. *Can. J. Pl. Sci.*, 49: 675-684, 1969.
- ERICKSON, R.O. Modelling of Plant Growth. *Ann. Rev. Plant. Physiol.*, 27: 407-434, 1976.
- GUNASENA, H.P.M. AND P.M. HARRIS. The Effect of the Time of Application of Nitrogen and Potassium on the Growth of the Second Early Potato Variety. *Craig's Royal. J. Agroc. Sci.*, 71: 283-296, 1968.
- GUNASENA, H.P.M. AND P.M. HARRIS. The Effect of CCC and Nitrogen on the Growth and Yield of the Second Early Potato Variety. *Craig's Royal. J. Agric. Sci.*, 73: 245-259, 1969.
- GUNASENA, H.P.M. AND P.M. HARRIS. The Effect of CCC, Nitrogen and Potassium on the Growth and Yield of two Varieties of Potatoes. *J. Agric. Sci.*, 76: 33-52, 1971.
- HACKETT, C. AND H.M. RAWSON. An exploration of the Carbon Economy of the Tobacco Plant. *Aust. J. Plant. Physiol.*, 1: 271-281, 1974.
- HAY, R.K.M. Y E.J. ALLEN. Tuber Initiation and Bulking in the Potato (*Solanum tuberosum*, L.) under Tropical conditions: the Importance of Soil and Air temperature. *Tropical Agric.*, 55: 289-295, 1978.
- HUGHES, A.P. AND P.R. FREEMAN. Growth Analysis Using Frequent Small Harvests. *J. Appl. Ecol.*, 4: 553-560, 1967.
- INSTITUTO DE SUELOS. Segunda Clasificación Genética de los Suelos de Cuba. Academia de Ciencias de Cuba. Serie Suelos (23), 1975.
- KOLLER, H.R.; W.E. NYQUIST AND E.I.S. CHORUSH. Growth Analysis of the Soybean Community. *Crop*, 10: 407-412, 1970.
- LIORET, C. L'analyse des courbes de croissance. *Physiologie Végétale*, 12: 413-434, 1974.
- MILTHORPE, F.L. Some Aspects of Plant Growth. En: *The Growth of the Potato*, ed. J.D. Ivins y F.L. Milthorpe. Londres Butter worths, 1963, p. 3-16, 1963.
- MOORBY, J. The Production, Storage and Translocation of Carbohydrates in Developing Potato Plants. *Ann. bot.*, 34: 297-308, 1970.
- QUIROGA, V. Manual para estimar parámetros de seis modelos, aplicados a fenómenos sociales, económicos y biológicos. IICA, Serie Pub. Misc., (145), 1977.
- RICHARDS, F.J. The Quantitative Analysis of Growth. En: *Plant Physiology*. Vol. 5 A. Analysis of Growth: Behaviour of Plants and Their Organs. Ed. F.C. Steward New York Academic Press, 1969. p.3-76.
- SAM, OFELIA. Evolución de algunos índices físicos y bioquímicos durante el desarrollo de frutos de lima Persa (*Citrus latifolia* Tan). *Cultivos Tropicales*, 5: 537-549, 1983.
- SIVAKUMAR, M.V.K. AND R.H. SHAW. Methods of Growth analysis in Field Growth Soybeans (*Glycine max* (L.) Merr.). *Ann. Bot.*, 42:213-222, 1978.
- SNEDECOR, C.W. Y W.G. COCHRAN. Métodos estadísticos. México. Editorial Continental, 1971. 702 p.
- SALTANPOUR, P.N. Accumulation of Dry Matter and N, P, K by Russet Burbank, Oromonte and Red Mc.Clure Potatoes. *Am. Potato J.*, 46: 111-119, 1969.
- TORRES, W. Influencia de las distintas fechas de plantación sobre el crecimiento de los tubérculos de papa (*Solanum tuberosum*, L.), variedad Desiree. *Cultivos Tropicales*, 1: 151-169, 1979.
- TORRES, W. Determinación del área foliar en papa por un método no destructivo. Villa Clara. Tercera Conferencia Ciencias Agropecuarias, Universidad Central de Las Villas, 1980.

ABSTRACT

FITTING OF GROWTH CURVES IN POTATO (Solanum tuberosum, L.) PLANTS THROUGH DIFFERENT MATHEMATICAL FUNCTIONS

Six mathematical functions were tested with the objective of fitting the growth curves of potato plants, by means of regression and correlation analyses, also to describe the performance of dry weight and leaf area. Higher determination coefficients than 0.80 were recorded in most cases for a satisfactory fitting, from a mathematical point of view, even through functions which could not describe the process well. Therefore, it is necessary to prove different functions, taking into account the physiological performance of those variables analyzed over the developing period evaluated.

Manuscrito recibido el 9/V/66.